

На правах рукописи



**Залешин Михаил Владимирович**

**МЕТОДИКА СИНТЕЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С  
ПРОИЗВОЛЬНЫМ АЛФАВИТОМ И ИДЕАЛЬНОЙ ПАКФ НАД  
РАСШИРЕННЫМИ ПОЛЯМИ ГАЛУА**

**Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ**

**Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**Петрозаводск – 2015**

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого» на кафедре прикладной математики и информатики.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Гантмахер Владимир Ефимович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор  
**Леухин Анатолий Николаевич,**  
проректор по научной работе и инновационной  
деятельности ФГБОУ ВПО «Марийский  
государственный университет»

кандидат технических наук, доцент  
**Гайворонский Дмитрий Вячеславович,**  
доцент кафедры радиотехнических систем ФГАОУ  
ВО «Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И.  
Ульянова (Ленина)»

Ведущая организация: закрытое акционерное общество «Современные  
Беспроводные Технологии», г. Москва

Защита состоится «25» декабря 2015 года в 11:00 часов на заседании  
диссертационного совета Д 212.190.03, созданного на базе ФГБОУ ВПО  
«Петрозаводский государственный университет», по адресу: 185910,  
г. Петрозаводск, пр. Ленина, 33.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Петрозаводского  
государственного университета и на сайте <http://www.petrso.ru>.

Автореферат разослан «\_\_\_» ноября 2015 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Воронов Роман Владимирович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена решению актуальной научной задачи по разработке обобщенной методики синтеза периодических последовательностей с произвольным алфавитом и идеальной периодической автокорреляционной функцией над расширенными полями Галуа.

**Актуальность работы.** Радиолокация, навигация, спутниковая и оптоволоконная связь, обработка, передача и хранение информации – лишь краткий перечень тех отраслей, где широко востребованы последовательности, для которых значения боковых лепестков периодической автокорреляционной функции (ПАКФ) равны нулю или незначительно отличаются от нуля. Однако для большинства прикладных задач важна не только ПАКФ последовательности, но и такие ее характеристики, как алфавит, период, вес и пик-фактор. В связи с этим существует множество разновидностей последовательностей, в частности, многофазные последовательности.

Одним из пионеров в области синтеза многофазных последовательностей с идеальной ПАКФ является Фрэнк [Phase coded communication system, 1963]. В начале 1970-х годов он запатентовал алгоритм синтеза, который оказал серьезное влияние на сферу систем связи и послужил предпосылкой для дальнейшего развития этого научного направления.

Следует отметить, что широкую известность приобрели многофазные последовательности Чу [Polyphase codes ..., 1972] с идеальной ПАКФ. Их главным преимуществом по сравнению с последовательностями Фрэнка является плотная сетка периодов. Последовательности Чу существуют для любого натурального периода больше двух.

В 1996 году Моу предложил обобщенную модель [A New Unified Construction ..., 1996] описания многофазных последовательностей с идеальной ПАКФ. Он показал, что последовательности Фрэнка, Чу и других являются лишь частными случаями его модели. Это послужило причиной заметного роста интереса к почти многофазным последовательностям с идеальной ПАКФ, которые не могут быть описаны с помощью модели Моу.

Ли в числе первых представил алгоритм синтеза почти многофазных последовательностей [Perfect  $q$ -ary sequences ..., 1992] с идеальной ПАКФ. Они имеют почти четырехфазный алфавит и содержат один нулевой символ на периоде. Таким образом, разработчики информационных систем получают в распоряжение последовательности с большими периодами и малым числом фаз за счет незначительного роста пик-фактора, что является вполне приемлемым компромиссом.

Наибольший всплеск популярности исследований, посвященных почти многофазным последовательностям с идеальной ПАКФ, начинается с конца 2000-х годов. С этого момента и до нашего времени опубликовано огромное количество работ по этой тематике. Существенный вклад в развитие этого направления внесли Люке [Binary and quadriphase sequences ..., 2003] и Кренгель [Some Constructions ..., 2010].

Еще одной важной областью исследований является вопрос разработки методов анализа и синтеза квази-ортогональных последовательностей, относительный уровень боковых лепестков ПАКФ которых существенно меньше, чем вес последовательности.

Первые работы о квази-ортогональных последовательностях, получившие широкую известность, датируются 1970-1980 годами. Сидельников, Lempel, Cohn, Eastman, Fan и Darnell заложили фундаментальную основу этой области и являются авторами множества публикаций [Some k-valued pseudo-random sequences ..., 1969]; [A class of binary sequences ..., 1977], посвященных квази-ортогональным последовательностям.

Разработка методик синтеза последовательностей с идеальной ПАКФ и квази-ортогональных последовательностей – тема работ огромного числа зарубежных и отечественных исследований. Нельзя не отметить существенный вклад в развитие этих направлений следующий ученых: Golomb, Frank, Chu, Milewski, Mow, Luke, Lee, Hoholdt, Justesen, Yang, Kim, Kumar, Fan, Darnell, Jedwab, Legendre, Lempel, Cohn, Eastman, Nogami, Tada, Uehara, Ding, Arasu, Helleseth, Martinsen, Pott, Xiang, В.М.Сидельников, М.Б.Свердлик, В.П.Ипатов, Е.И.Кренгель, В.Е.Гантмахер, Н.Е.Быстров, Д.В.Чеботарев, В.А.Едемский, А.Н.Леухин и др.

Таким образом, из вышесказанного следует, что за последнее время в связи с постоянно возрастающим числом приложений последовательностей с идеальной ПАКФ, спрос на них продолжает увеличиваться. Но, к сожалению, существующие методики для решения задачи их синтеза не лишены недостатков:

1. Широко известные модели описания последовательностей с идеальной ПАКФ имеют существенные ограничения при выборе алфавита. Например, упомянутая модель Моу подходит лишь для многофазных последовательностей;

2. Многие известные численные методы синтеза последовательностей с идеальной ПАКФ ограничивают выбор степени расширения поля Галуа, что снижает их результативность с точки зрения вариативности правил кодирования, которые можно получить с их помощью;

3. Большинство существующих программных комплексов, реализующих численные методы синтеза, анализа и формирования последовательностей, являются:

- a. Либо слишком специализированными (например, Signal labs) и работают только с ограниченным множеством известных правил кодирования, что сужает их область применения;
- b. Либо представляют собой программные комплексы общего назначения (Maple, Mathcad, MatLab), которые в силу своей универсальности не дают прямых способов решения перечисленных выше задач.

**Цели и задачи работы.** Цель диссертационного исследования заключается в разработке методики синтеза последовательностей с произвольным алфавитом и идеальной ПАКФ над расширенными полями Галуа. Для достижения указанной цели решаются следующие задачи:

1. Построить обобщенную математическую модель периодических последовательностей с практически произвольным алфавитом;

2. Получить результативные численные методы синтеза периодических последовательностей с идеальной ПАКФ над полями Галуа с произвольной степенью расширения;

3. Разработать программный комплекс, позволяющий синтезировать, проводить анализ (вычислять основные характеристики) и формировать последовательности, который можно использовать как для решения прикладных задач синтеза последовательностей с заданными параметрами, так и для исследования характеристик последовательностей над расширенными полями Галуа;

4. Показать достоверность и реализуемость сочетания обобщенной модели и специализированного многофункционального программного комплекса.

**Методы исследования.** Для решения поставленных в диссертационной работе задач использованы математическое моделирование и численные методы с использованием специально разработанных комплексов программ.

**Научная новизна работы** заключается в методике, позволяющей синтезировать последовательности с произвольным алфавитом и идеальной ПАКФ. Представлены следующие элементы новизны:

1. Предложена обобщенная модель периодических последовательностей, инвариантная к выбору алфавита;

2. Получены численные методы синтеза и анализа последовательностей над полями Галуа с произвольным расширением, обладающие относительно высокой результативностью;

3. Разработан многофункциональный программный комплекс, который позволяет:

а. Синтезировать последовательности с идеальной ПАКФ на основе заданных ограничений;

б. Вычислять ПАКФ, период и пик-фактор последовательностей, определяемых с помощью модели;

в. Формировать последовательности по конкретным значениям параметров модели;

4. Апробировано сочетание обобщенной модели и специализированного программного комплекса, открывающее новые возможности для синтеза последовательностей с идеальной ПАКФ;

5. Получены новые правила кодирования последовательностей с идеальной ПАКФ и квази-ортогональных последовательностей;

6. Сформирована база данных результатов синтеза почти многофазных последовательностей с идеальной ПАКФ.

**Практическая ценность работы.** Теоретические результаты диссертационного исследования доведены до методик решения конкретных задач синтеза, анализа и формирования последовательностей с заданными параметрами и характеристиками. Большое количество примеров является наглядным руководством к действию. Обширное приложение к диссертации

предоставляет ответы на практические задачи без дополнительных расчётов. Разработанный программный комплекс позволяет решать широкий круг задач синтеза, анализа и формирования последовательностей практически с любым алфавитом над полями Галуа произвольного расширения.

**Реализация результатов работы.** Теоретические и практические результаты диссертационной работы внедрены в НИР, выполняемых по следующим научным федеральным целевым программам:

1. «Разработка методов синтеза и обработки сложных сигналов с большой базой для радиолокационных станций с квазинепрерывным режимом работы», 381/НИЦ-гб, 2011;

2. «Исследование возможности повышения эффективности радиотехнических систем извлечения и передачи информации», 443/РС-С, 2012-2013;

3. «Исследование возможности повышения эффективности радиотехнических систем извлечения и передачи информации», 512/РС-С, 2014;

4. «Исследование возможности повышения эффективности оптоэлектронных и радиотехнических систем и устройств формирования, передачи, приема и обработки сигналов», 453/РС-С, 2014.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 8-ой всемирной конференции «Sequences and Their Applications – SETA-2014» (Melbourne, Australia, 2014); на 7-ой всемирной конференции «International Workshop on Signal Design and Its Applications in Communications – IWSDA'15» (Bengaluru, India, 2015); на 1-ой всемирной конференции «International Conference of Telecommunication, Electronic and Computer Engineering – ICTEC 2015» (Melaka, Malaysia, 2015); на 16-ой международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA-2014» (Москва, 2014); на 20-ой международной конференции «Радиолокация, навигация, связь – RLNC-2014» (Воронеж, 2014); на 4-ой международной научно-практической конференции «Современные концепции научных исследований» (Москва, 2014); на ежегодных научных конференциях кафедры прикладной математики и информатики (2011-2014).

**Публикации.** Всего по теме диссертации опубликовано 12 научных работ. Из них 2 статьи опубликованы в рецензируемых журналах, входящих в базу Scopus, 3 работы опубликованы в центральных рецензируемых научных журналах, рекомендованных перечнем ВАК, 2 работы опубликованы в сборниках трудов (DSPA-2014, RLNC-2014), засчитывающихся ВАК РФ при защите диссертации, 1 статья – в другом рецензируемом издании, получено 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ и БД.

**На защиту выносятся следующие положения:**

1. Обобщенная модель периодических последовательностей, инвариантная к выбору алфавита;

2. Результативные численные методы синтеза последовательностей над полями Галуа с произвольным расширением;

3. Многофункциональный программный комплекс для синтеза, анализа и формирования последовательностей над расширенными полями Галуа;

4. Новые правила кодирования последовательностей с идеальной ПАКФ и квази-ортогональных последовательностей.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из Введения, 4 глав, Заключения и Приложений, содержит 8 рисунков. Список литературы включает 43 наименования.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**В первой главе диссертации** проведен аналитический обзор известных алгоритмов синтеза последовательностей с идеальной ПАКФ и квази-ортогональных последовательностей: Фрэнка, Чу, Милевского, Zeng-Hu-Liu, Ли, Кренгеля, Ипатова, Люке, Sidelnikov-Lempel-Cohn-Eastman, Ding-Helleseth-Martinsen, No-Chung-Song-Yang-Lee-Helleseth, Arasu-Ding-Helleseth-Kumar-Martinsen и других.

Основное внимание уделено следующим вопросам:

- ключевые числовые характеристики периодических последовательностей;
- свойства M-последовательностей и их связь со структурой расширенных полей Галуа;
- алгоритмы синтеза и числовые характеристики известных многофазных и почти многофазных последовательностей с идеальной ПАКФ и квази-ортогональных последовательностей;
- сравнение характеристик известных последовательностей с идеальной ПАКФ и квази-ортогональных последовательностей.

Проведено обоснование главных недостатков существующих работ, которые заключаются в следующем:

- отсутствие обобщенных моделей периодических последовательностей для произвольного алфавита;
- ограниченная результативность известных методик синтеза из-за узкого диапазона используемых степеней расширения полей Галуа.

**Во второй главе диссертации** речь идет о разработке методов синтеза и анализа последовательностей над расширенными полями Галуа  $GF(q^m)$ .

Предложена конструкция обобщенной математической модели, которая определяется следующим выражением и обладает свойством инвариантности относительно выбранного алфавита:

$$\hat{y}_n = \alpha^n \begin{cases} z_r, & \text{если } d_n \in H_r; \\ \beta, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (1)$$

где

- $H_r$  – класс степенных вычетов над  $GF(q)$ ;
- $\{d_n\}$  –  $q$ -ичная М-последовательность над  $GF(q^m)$ ;
- $\{z_r\}$  – «моделирующая последовательность» (МП), которая определяет рельеф и основные характеристики формируемых последовательностей;
- $\alpha, \beta$  – вспомогательные параметры для варьирования алфавитом и периодом формируемых последовательностей.

Показано, что многие известные последовательности с идеальной ПАКФ и квази-ортогональные последовательности являются частными случаями предложенной модели. В частности, следующие: Zeng-Hu-Liu; Ли; Ипатова; Кренгеля.

Построены методы анализа для последовательностей, формируемых на основе предложенной модели (1). Они позволяют проводить вычисления ключевых характеристик последовательностей, формируемых над полями Галуа произвольного расширения:

1. Период:

$$\rho h, \text{ где } h = (q^m - 1)/(q - 1); \quad (2)$$

2. Периодические взаимно- и авто-корреляционные функции:

$$R_{y', y''}(\tau) = \frac{1}{L} \begin{cases} q^{m-1} \left( LR_{z', z''} \left( \frac{\tau}{h} \right) + \beta' [\beta'']^* \right) - \beta' [\beta'']^*, & \text{если } \tau \equiv 0 \pmod{h}; \\ q^{m-2} (L\chi' + \beta') (L\chi'' + \beta'')^* - \beta' [\beta'']^*, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (3)$$

$$R_{\hat{y}}(\tau) = \frac{[\alpha^\tau]^*}{L} \begin{cases} q^{m-1} \left( LR_z \left( \frac{\tau}{h} \right) + |\beta|^2 \right) - |\beta|^2, & \text{если } \tau \equiv 0 \pmod{h}; \\ q^{m-2} |L\chi + \beta|^2 - |\beta|^2, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (4)$$

3. Вес:

$$W_{\hat{y}} = \frac{q^{m-1} \left( (q-1)W_z + \rho |\beta|^2 \right) - \rho |\beta|^2}{q-1}, \text{ где } W_z \text{ – вес МП } \{z_r\}; \quad (5)$$

4. Пик-фактор:

$$pf_{\hat{y}} = pf_z \cdot h / q^{m-1}, \text{ где } pf_z \text{ – пик-фактор } \{z_r\}. \quad (6)$$



На основе разработанных методов анализа найдены необходимые и достаточные условия существования последовательностей с идеальной ПАКФ и квази-ортогональных последовательностей над расширенными полями Галуа. Эти условия образуют основу для метода синтеза, ключевым элементом которого является следующий алгоритм:

1. Выбрать одно из достаточных условий существования;
2. Найти МП и параметры обобщенной модели, которые удовлетворяют этим условиям;
3. Построить расширенное поле Галуа с полученными параметрами;
4. Сформировать соответствующую М-последовательность;
5. Подставить параметры в модель и сформировать соответствующие последовательности искомой ПАКФ.

*В третьей главе диссертации* решается задача реализации полученных методов синтеза, анализа и формирования последовательностей в виде конкретных алгоритмов, предназначенных для прикладного использования.

Построены следующие алгоритмы:

- алгоритм синтеза последовательностей с идеальной ПАКФ, базирующийся на полученных необходимых и достаточных условиях существования;
- алгоритмы расчета числовых характеристик, основанный на методах анализа (2)-(6);
- алгоритм формирования последовательностей на основе определения обобщенной модели (1).

При описании алгоритмов и структур данных использованы языки программирования С++ и Python, а также блок-схемы. Выбор технологий обусловлен тем, что они:

1. Имеют широкое распространение и поддержку на всех основных платформах (Windows, \*nix);
2. Обладают достаточно высокой эффективностью в плане производительности вычислений и расхода памяти по сравнению с большинством других языков программирования высокого уровня;
3. Предоставляют множество стандартных алгоритмов и структур данных в виде базовых или внешних подключаемых модулей.

Проведен формальный расчет вычислительной сложности в нотации  $O$ -большое для разработанных алгоритмов. Показано, что высокая скорость их работы достигается за счет константной или линейной относительно периода вычислительной сложности.

Разработан программный комплекс, который обладает следующими режимами работы и функциональными возможностями:

1. Синтез почти многофазных последовательности с идеальной ПАКФ методом направленного перебора по заданным ограничениям относительно периода, характеристики расширенного поля Галуа и алфавита;

2. Расчет основных характеристик: период, ПАКФ и пик-фактор для последовательностей над расширенными полями Галуа;

3. Формирование последовательностей с конкретными параметрами на основе обобщенной модели.

**В четвертой главе диссертации** приводится иллюстрация широких возможностей предлагаемой методики на примере нескольких новых правил кодирования последовательностей:

1. Почти четырехфазные последовательности с идеальной ПАКФ:

$$\hat{y}_n = i^n \begin{cases} 1, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{0,3,8,10,11\}} H_r; \\ -1, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{2,4,5,6,9\}} H_r; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (7)$$

2. Почти 12-фазные последовательности с идеальной ПАКФ:

$$\hat{y}_n = \exp(\pi i n / 6) \begin{cases} 1, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{0,8\}} H_r; \\ -1, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{2,6\}} H_r; \\ i, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{9,11\}} H_r; \\ -i, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{3,5\}} H_r; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (8)$$

3. Почти 6-фазные последовательности с идеальной ПАКФ:

$$\hat{y}_n = (-1)^n \begin{cases} 1, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{0,4\}} H_r; \\ -1, & \text{если } d_n \in \bigcup_{r \in \{1,3\}} H_r; \\ \exp(4\pi i / 3), & \text{если } d_n \in H_2; \\ \exp(\pi i / 3), & \text{если } d_n \in H_5; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (9)$$

4. Почти многофазные последовательности с идеальной ПАКФ на основе последовательностей Чу:

$$\hat{y}_n^{(k)} = \begin{cases} \exp\left(\frac{\pi i [n\rho Q_1 + r\rho Q_2 + k(r+1)rQ_1Q_2]}{\rho Q_1Q_2}\right), & \text{если } d_n \in H_r; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (10)$$

$$\hat{y}_n^{(k)} = \begin{cases} \exp\left(\frac{\pi i [n\rho Q_1 + r\rho Q_2 + kr^2Q_1Q_2]}{\rho Q_1Q_2}\right), & \text{если } d_n \in H_r; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (11)$$

5. Почти многофазные квази-ортогональные последовательности на основе символов Лежандра:

$$\hat{y}_n = \begin{cases} 0, & \text{если } n = 0; \\ \begin{pmatrix} a \\ p \end{pmatrix}, & \text{если } d_n \in H_r; \\ \beta, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (12)$$

где  $\beta$  – произвольное комплексное число такое, что  $|\beta| = 1$ ;

6. Четырехфазные квази-ортогональные последовательности на основе символов Лежандра:

$$\hat{y}_n = \begin{cases} \begin{pmatrix} a \\ p \end{pmatrix}, & \text{если } d_n \in H_r; \\ \pm i, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (13)$$

В приложении к диссертации приводятся параметры обобщенной модели для синтеза последовательностей с идеальной ПАКФ, разделенные на следующие четыре группы:

1. До периода 30000 для МП периода 4;
2. До периода 50000 для МП периода 6;
3. До периода 100000 для МП периода 8;
4. До периода 100000 для МП периода 10.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана методика, позволяющая синтезировать последовательности с практически произвольным алфавитом и идеальной ПАКФ над расширенными полями Галуа. При этом:

1. Предложена обобщенная математическая модель периодических последовательностей с практически произвольным алфавитом, которая позволяет формировать многие известные последовательности, а также указывает направление поиска новых правил кодирования последовательностей с заданной ПАКФ;

2. Получены результативные численные методы синтеза, позволяющие варьировать степень расширения поля Галуа при поиске последовательностей с идеальной ПАКФ. Это дает возможность существенно расширить плотность сетки периодов синтезируемых последовательностей за счет варьирования параметрами поля Галуа;

3. Разработан многофункциональный программный комплекс, сочетающий в себе удобство использования для решения прикладных задач синтеза последовательностей с заданными ограничениями и универсальность при проведении анализа характеристик последовательностей над расширенными полями Галуа. Он обладает следующими функциональными возможностями:

- a. Синтез последовательностей с идеальной ПАКФ на основе заданных ограничений для параметров модели;
- b. Анализ, включающий расчет ПАКФ, периода и пик-фактора периодических последовательностей, определяемых с помощью модели;
- c. Формирование последовательностей по конкретным параметрам модели;

4. Разработанная обобщенная модель и специализированный многофункциональный вычислительный комплекс существенно расширяют возможности синтеза последовательностей с идеальной ПАКФ. Так, например, получены новые правила кодирования:

- a. Почти четырехфазные последовательности с идеальной ПАКФ;
- b. Почти 12-фазные последовательности с идеальной ПАКФ;
- c. Почти 6-фазные последовательности с идеальной ПАКФ;
- d. Почти многофазные последовательности с идеальной ПАКФ на основе последовательностей Чу;
- e. Почти многофазные квази-ортогональные последовательности на основе символов Лежандра;
- f. Четырехфазные квази-ортогональные последовательности на основе символов Лежандра;

5. В приложении к диссертации приведена база данных результатов синтеза почти многофазных последовательностей с идеальной ПАКФ.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### в рецензируемых журналах, входящих в базу Scopus:

1. Zaleshin M.V. Almost multiphase sequences based on Chu sequences / Gantmakher V.E., Zaleshin M.V. // Electronics Letters, 2015, vol. 5, issue 2, pp.145-147.
2. Zaleshin M.V. Six-phase sequences with perfect periodic autocorrelation function / Gantmakher V.E., Zaleshin M.V. // SETA 2014 (Melbourne, Australia), LNCS, 2014, vol. 8865, pp.97-103.

### в центральных научных журналах, входящих в перечень ВАК:

1. Залешин М.В. Обобщенное правило кодирования периодических последовательностей над расширенными полями Галуа / Залешин М. В., Гантмахер В. Е. // Вестник НовГУ. В. Новгород, 2013, № 75, Т.2, с.21-25.
2. Залешин М.В. Обобщенная модель периодических последовательностей, формируемых над расширенными полями Галуа / Гантмахер В.Е., Залешин М.В. // Известия вузов России. Радиоэлектроника. СПб, 2014, №1, с.11-15.
3. Залешин М.В. Об одном семействе четырехфазных последовательностей с идеальной периодической автокорреляционной функцией / Залешин М.В., Гантмахер В.Е. // Вестник НовГУ. В. Новгород, 2014, № 80, с.19-22.

### в центральных научных сборниках трудов, рекомендованных ВАК при защите диссертации:

1. Залешин М.В. Обобщенный алгоритм синтеза последовательностей с идеальной периодической автокорреляционной функцией над расширенными полями Галуа / Залешин М.В., Гантмахер В.Е. // Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA-2014, Москва, 2014, с.53-56.
2. Залешин М.В. Методика синтеза последовательностей с квазиидеальной ПАКФ на основе обобщенного правила кодирования / Залешин М.В., Гантмахер В.Е. // Радиолокация, навигация, связь – RLNC-2014. Воронеж, 2014, с.33-38.

### в других рецензируемых изданиях:

1. Залешин М.В. Методика анализа и синтеза троичных квазиортогональных последовательностей, формируемых на основе М-последовательностей над расширенными полями Галуа / Залешин М.В. // Всероссийский конкурс научно-исследовательских работ студентов и аспирантов в области технических наук: материалы работ победителей и лауреатов конкурса. СПб, 2012, с.78-82.

### свидетельства о государственной регистрации:

1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015614768 «Программный комплекс формирования и синтеза многофазных последовательностей над расширенными полями Галуа» / Залешин М.В., 2015.
2. Свидетельство о государственной регистрации базы данных №2015620700 «База данных параметров многофазных последовательностей, синтезированных над расширенными полями Галуа» / Залешин М.В., 2015.