На правах рукописи

УРБАН АЛЕКСАНДР РОМОЛДОВИЧ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА БУМАГИ

Специальность:
05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Петрозаводск — 2016

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Петрозаводский государственный университет»

Научный руководитель:	**Кузнецов Владимир Алексеевич,** доктор технических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Романовский Иосиф Владимирович,** доктор физико–математических наук, профессор, профессор кафедры исследования операций ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет»
	Плаксина Нина Владимировна, кандидат технических наук, ведущий специалист отдела единой службы заказчика Государственного комитета Республики Карелия по развитию информационно–комуникационных технологий
Ведущая организация:	ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный технологический университет растительных полимеров»

Защита диссертации состоится «23» марта 2016 года в 16:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.190.03 на базе ФГБОУ ВПО «Петрозаводский государственный университет» по адресу: 185910, г. Петрозаводск, пр. Ленина, д. 33.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Петрозаводского государственного университета и на сайте http://www.petrsu.ru.

Автореферат разослан «....» февраля 2016 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Воронов Роман Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности

В настоящее время российские предприятия многих отраслей, включая целлюлозно–бумажную промышленность (ЦБП) испытывают значительные экономические трудности, обусловленные ростом рыночной конкуренции, высокой степенью износа имеющегося оборудования, а также недостаточным, по сравнению с зарубежными предприятиями, уровнем автоматизации и планирования производства. Рынок все более остро требует расширения ассортимента и повышения качества продукции, модернизации производства – перехода на быстро развивающиеся современные технологии, учета многочисленных новых производственно–экономических показателей. Все это приводит к существенному усложнению планирования производства.

В этих условиях совершенствование планирования производства становится почти исключительной возможностью повышения конкурентного и экономического положения отечественных предприятий. Активное использование программных комплексов планирования производства на основе математического моделирования и средств исследования операций считается наиболее эффективным способом экономии сырья, увеличения выработки качественной продукции, повышения сбаланированности техологических процессов и загрузки оборудования, снижения себестоимости продукции и достижения других целей без существенных капитальных затрат. Разработкой теоретических основ и программных комплексов планирования производствами в разные годы занимались Канторович Л.В., Залгаллер В.А., Романовский И.В., Первозванский А.А., Вьюков И.Е, Воронин А.В., Кузнецов В.А., Воронов Р.В. и другие исследователи, чьи работы лежат в основе диссертации.

Реализация программного комплекса планирования современного производственного процесса приводит к появлению ряда новых и уточнению имеющихся моделей и методов решения практически важных задач, способных повысить эффективность планирования российских и зарубежных предприятий. К таким задачам относятся задача объемно-календарного планирования для оптимизации планов раскроя, задача раскроя составного материала и т.д. Поставленные автором и исследуемые в диссертации задачи носят общий характер, что свидетельствует о важности исследований, представленных в диссертации.

Некоторые отечественные предприятия уже оснащены программными комплексами планирования производства зарубежных компаний

«ABB Group», «Honeywell» и «Tietoenator», которые успешно зарекомендовали себя на иностранных рынках. Однако их внедрение является весьма дорогостоящим, а потому не под силу многим российским предприятиям. Другой существенной проблемой является направленность указанных программных комплексов на зарубежные особенности производственного процесса.

Цель диссертационной работы

Целью диссертации является разработка новых и совершенствование имеющихся математических моделей, создание численных методов решения полученных задач, связанных с оптимизацией раскроев материала, а также разработка программных комплексов планирования основных технологических процессов производства бумаги.

Для ее достижения поставлены и решены следующие задачи:

- Обследование технологии производства на предприятиях, анализ доступных научных источников и имеющихся практических разработок по теме исследования.

- Разработка и исследование новой математической модели объемно–календарного планирования (ОКП) для оптимизации планов раскроев материала с учетом широкого ряда параметров продукции и оборудования, а также особенностей производства.

- Разработка математической модели задачи учета нелинейных ограничений задачи ОКП.

- Построение математической модели задачи поиска оптимальной последовательности списка раскроев.

- Разработка и исследование математической модели задачи раскроя составного материала.

- Разработка численных методов и алгоритмов решения поставленных задач, исследование их эффективности.

- Реализация программного комплекса на основе полученных алгоритмов и апробация его на предприятиях отрасли.

Научная новизна

Научную новизну составляют новые, разработанные автором, математические модели планирования раскроев материала и численные методы решения соотвествующих оптимизационных задач. В предложенных моделях более детально учитываются особенности технологии производства бумаги, обеспечивается условие директивных сроков продукции, присутствует условие равномерной загрузки оборудования. Представлен учет требуемой дискретности решений на основе градиентых методов, разработан новый метод решения задачи раскроя составного материала на основе генетического алгоритма и динамического программирования.

Теоретическая и практическая значимость работы

Полученные в результате работы математические модели, численные методы, алгоритмы и основанный на них программный комплекс, апробированы на следующих предприятиях: ОАО «Кондопога», Voith GmbH Inc., Metso Inc., ООО «Окуловская бумажная фабрика», ОАО «Сегежский ЦБК», ОАО «Архангельский ЦБК».

В ходе апробации программного комплекса проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие эффективность применения разработанных численных методов и алгоритмов, лежащих в его основе. В результате его внедрения на предприятиях был зафиксирован экономический эффект в форме увеличения доли выпуска полезной продукции на 1-1.7%. Также установлено повышение оперативности составления планов.

Методология и методы исследования

Объектом диссертационного исследования является производственный процесс планирования раскроев материала. Предметом исследования является комплекс математических моделей и методов решения различных задач раскроя материала с учетом технологических особенностей оборудования и заказов продукции.

Теоретической основой исследования являются методы системного анализа и исследования операций, при составлении алгоритмов использованы методы линейного, дискретного (целочисленного), нелинейного, динамического и эволюционного програмирования. Тестирование и оценка эффективности разработанных алгоритмов осуществлялась с использованием методов комбинаторного анализа и других средств, основанных на практических и теоретических оценках.

Для создания программного комплекса использовались современные технологии проектирования программных приложений, шаблоны объектно-ориентированного программирования, современные среды программирования Microsoft Visual Studio .NET (2010, 2012) и СУБД Microsoft Server 2010.

Положения, выносимые на защиту:

- Построена новая математическая модель задачи ОКП раскроев материала, включающая линейные и нелинейные связи параметров (п. 1 паспорта специальности).
- Построена математическая модель задачи поиска оптимального столбца в рамках решения задачи линейного программирования (ЛП), разработан численный метод ее решения (п. 3, 4, 5 паспорта специальности).
- Построена математическая модель задачи учета нелинейных ограничений задачи ОКП, предложен численный метод ее решения (п. 1, 3, 4, 5 паспорта специальности).
- Построена математическая модель задачи поиска оптимальной последовательности раскроев, предложен численный метод ее решения (п. 1, 3, 4, 5 паспорта специальности).
- Построена математическая модель задачи раскроя составного материала, предложен численный метод ее решения (п. 1, 3, 4, 5 паспорта специальности).
- Выполнен анализ эффективности и практической применимости разработанных численных методов (п. 3 паспорта специальности).
- Разработан программный комплекс на основе численных методов и алгоритмов, который апробирован на 6 предприятиях.

Степень достоверности и апробация результатов

Результаты диссертационного исследования обсуждались на международных конференциях: научно-технической конференции «Новые информационные технологии в ЦБП и энергетике» (г. Петрозаводск, 2008, 2010), 15-ой Международной специализированной выставке «Автоматизация 2014» (г. Санкт-Петербург, 2014), 12th Conference of FRUCT Assosiation (Финляндия, 2012 г.), XII Всероссийском совещании по проблемам управления ВСПУ-2014 (г. Москва), молодежной научной школе–конференции «Перспективные технологии и модели вычислений» РаСТ-2015.

На конкурсе «Лучший инновационный проект и лучшая научно-техническая разработка года» (г. Санкт-Петербург, 2014) «Облачный сервис планирования производства «БДМ» награжден дипломом.

Получено свидетельство об отраслевой регистрации разработки №11641 в Отраслевом фонде алгоритмов и программ (2008 г.) и свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015618958 (2015 г.).

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 6 печатных работах, в том числе в 4 журналах из перечня ВАК.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, указаны цель и задачи исследования, представлены научная новизна и практическая значимость работы.

В **первой главе** представлено описание и краткая характеристика задачи оптимизации планов раскроев материала на примере производства бумаги, необходимые для описания математических моделей и методов решения соответствующих оптимизационных задач. В классическом виде задача заключается в поиске оптимального (с минимальными затратами) плана раскроев съемов бумажного полотна на требуемые форматы готовой продукции – рулоны бумаги заданных размеров. Проанализированы свойства и параметры объектов планирования, установлена классификация возможных вариантов задачи. Обосновано, что логическую основу оптимального планирования производством следует рассматривать как комплекс взаимосвязанных задач. Представлена структура указанного комплекса, исследованы составляющие его задачи: задача объемно-календарного планирования (ОКП) раскроев, задача поиска оптимального столбца в рамках метода генерации столбцов, задача учета нелинейных ограничений модели ОКП, задача поиска оптимальной последовательности раскроев, задача раскроя составного материала.

Выполнен анализ наиболее важных российских и зарубежных публикаций по теме исследования, представлен краткий обзор существующих программных средств. Сформулированы выводы о целесообразности разработки программного комплекса на основе новых и уточненных математических моделей и численных методов решения полученных задач.

Математические модели и соответствующие сложные оптимизационные задачи из области исследования операций, представленные в диссертации, носят общий характер и могут рассматриваться для широкого класса технологических процессов, основанных на раскроях материалов. В качестве примера их практического применения представлена предметная область производства бумаги.

Во **второй главе** представлена постановка и исследование задачи ОКП раскроя материала. В **п.2.1** сформулирована новая математическая модель данной задачи, которая характеризуются высокой размерностью, сложной структурой и нелинейными связями между управляемыми факторами.

Пусть:
N – множество заказов продукции, $i \in N$;
M – множество производственного оборудования, $j \in M$;
T – множество периодов времени (определяется на основании множества директивных сроков готовности продукции), $t \in T$;
K – множество способов раскроев материала, $k \in K$;
K_j – множество способов раскроя материала на оборудовании j;
K_{jt} – множество способов раскроя материала на оборудовании j в период времени t;
$K = \bigcup_{j \in M} K_j, \quad K_j = \bigcup_{t \in T} K_{jt}$;
$\mathcal{T}_i$ – директивный срок выработки заказа i;
Θ_0 – момент начала планового горизонта;
$\Theta_t = \mathcal{T}_q,\ q = i_t :\ I = \{i_1, i_2, \dots, i_{|T|}\}, \Theta_0 \le \mathcal{T}_{i_1} \le \mathcal{T}_{i_2} \le \dots \le \mathcal{T}_{i_{|T|}},\ t \in T$ – момент окончания периода $t \in T$;
b_i^N, B_i^N – минимальный и максимальный объемы выработки заказа i;
a_{ik} – доля выработки заказа i при использовании раскроя k;
$\mathcal{P}_j$ – производительность оборудования j;
b_{jt}^M, B_{jt}^M – минимальная и максимальная выработка (в тоннах) оборудования j в течение периода t, рассчитываемая с учетом минимальной и максимальной загруженностей от производительности, а также с учетом периодов планово–профилактических работ (ППР);
e_{jtk} – признак выработки раскроя k на оборудовании j в течение периода t ($e_{jtk} \in \{0, 1\}$);
v_k, V_k – минимальный и максимальный объемы выработки одной группы форматов (на примере производства бумаги – объем выработки съема) для раскроя k;
H – минимальное количество групп форматов для раскроя в рамках соблюдения ограничения на массовость производства;

c_k – доля потерь полотна в виде кромки, либо доход со знаком минус от единицы объема при использовании раскроя k;
c_i^N, C_i^N – штрафные коэффициенты в случае недопоставки и перевыполнения заказа i;
c_{jt}^M, C_{jt}^M – штрафные коэффициенты в случае отклонения от минимальной и максимальной загруженности оборудования j в течение периода t;
c^M – штрафной коэффициент в случае невыполнения условия равномерной загрузки оборудования.
Неизвестные задачи:
f_i^N, F_i^N – объемы недопоставки и перевыполнения (отклонения объема выработки от заданных минимального и максимального значений) для заказа i;
f_{jt}^M, F_{jt}^M – отклонения от заданных минимальной и максимальной загруженности оборудования j в течение периода t;
x_k – объем выработки раскроя с индексом k;
z – ограничивающая переменная, используемая для обеспечения равномерной загрузки оборудования.

Тогда новая модель ОКП производства имеет следующий вид.
Целевая функция – минимизации суммарных потерь предприятия:

$$\sum_{k\in K} c_k x_k + \sum_{i\in N}\left(c_i^N f_i^N + C_i^N F_i^N\right) + \sum_{j\in M}\sum_{t\in T}\left(c_{jt}^M f_{jt}^M + C_{jt}^M F_{jt}^M\right) + c^M z \to \min; \quad (1)$$

Условие согласованности объемов выпуска продукции:

$$b_i^N - f_i^N \le \sum_{k\in K} a_{ik} x_k \le B_i^N + F_i^N, \quad i \in N; \quad (2)$$

Ограничения для учета объемов выработки оборудования с целью соблюдения сроков отгрузки продукции:

$$b_{jt}^M - f_{jt}^M \le \sum_{k\in K_{jt}} e_{jtk} x_k \le B_{jt}^M + F_{jt}^M, \quad j \in M, \quad t \in T; \quad (3)$$

Условие равномерной загрузки оборудования:

$$\sum_{k\in K_j} \frac{x_k}{\mathcal{P}_j} \le z, \quad j \in M; \quad (4)$$

Условие согласованности объемов выработки и целого количества групп форматов для выпускаемых раскроев:

$$x_k \in \bigcup_{p_k} [p_k v_k, p_k V_k], \quad p_k \in \{0\} \cup [H, \infty), \quad p_k \in \mathbb{Z}^+, \quad k \in K; \tag{5}$$

Условие неотрицательности значений переменных:

$$x_k \geq 0, \quad f_i^N \geq 0, \quad F_i^N \geq 0, \quad f_{jt}^M \geq 0, \quad F_{jt}^M \geq 0, \quad z \geq 0, \tag{6}$$

$$k \in K, \quad i \in N, \quad j \in M, \quad t \in T.$$

Представленные в модели штрафные коэффициенты обеспечивают сбалансированность искомого плана, их значения устанавливаются в процессе экплуатации программного комплекса на основе экспертных оценок специалистов.

Отличительными особенностями модели $(1)-(6)$ являются учет равномерной загрузки оборудования и директивных сроков выполнения продукции в рамках ограничений ЛП без применения приближенных эвристических алгоритмов.

Параметры e_{jtk} устанавливаются следующим образом:

$$\forall\, j \in M,\ \forall\, k \in K,\ \forall\, \tau \in T : e_{j\tau k} = 1 \Rightarrow e_{jtk} = 1, \quad t \geq \tau,\ t \in T;$$

$$\forall\, i \in N : a_{ik} > 0, \forall\, t \in T : e_{jtk} = 1 \Rightarrow \mathcal{T}_i \leq \Theta_t, \quad k \in K,\ j \in M.$$

Указанные соотношения вместе с ограничением (3) обеспечивают соблюдение директивных сроков выполнения заказов продукции.

Задача $(1)-(6)$ содержит нелинейное ограничение (5), что приводит к разрывности области определения переменных, выводит ее из класса задач ЛП и требует применения специальных методов для ее решения. Анализ модели позволяет выполнить релаксацию исходной задачи до линейной $(1)-(4),(6)$, а ее решение заменить решением полученной релаксированной задачи ЛП с последующей корректировкой полученного решения в целях учета дискретности посредством представленных в диссертации разработанных автором методов.

Сложная структура матрицы обуславливает необходимость эффективного ее хранения, что достигается посредством использования представленного в **п.2.2** матричного конструктора – программной библиотеки для эффективного построения матриц и решения задач ЛП, разработанной с участием автора диссертации. Именно с помощью указанного конструктора осуществляется решение задачи $(1)-(4),(6)$.

Большая размерность матрицы (до нескольких сотен ограничений, до нескольких миллионов столбцов) требует использования специальных методов решения, таких как алгоритм генерации столбцов. В **п.2.3** приводится описание и исследование задачи поиска оптимального столбца (для включения его в базисное множество) на каждой итерации симплекс-метода в рамках метода генерации столбцов, формулируется математическая модель линейного раскроя (в терминах производства бумаги – раскроя съема тамбура) с учетом дополнительных технологических ограничений, указывается численный метод ее решения.

Введем новое неизвестное индексное множество.
$N_k \subset N$ – индексное множество заказов, которые кроятся в раскрое $k \in K$.
Введем следующие параметры заказов продукции.
d_i^m, d_i^M – минимальное и максимальное значение диаметра заказа $i \in N$;
w_i – плотность (г/м2) материала для заказа $i \in N$.

В соответствие с технологическими ограничениями раскрой должен удовлетворять следующим условиям:

- Все заказы в составе раскроя имеют одинаковое значение диаметра.

$$\bigcap_{i \in N_k} \left[d_i^m, d_i^M\right] \neq \emptyset, \quad k \in K.$$

- Все заказы раскроя характеризуются одной плотностью.

$$w_p = w_q, \quad p \in N_k, \quad q \in N_k, \quad k \in K.$$

- Раскрой выполняется на одном оборудовании полностью.

$$K_{j_1} \bigcap K_{j_2} = \emptyset, \quad j1, \quad j2 \in M.$$

Согласно условию оптимальности симплекс–метода для поиска оптимального столбца необходимо решить вспомогательную задачу (P):

$$-vA_k + c_k \to \max, \quad k \in K.$$

Задача (P) может быть разделена на несколько независимых задач и сформулирована в следующем виде:

$P = \max\left\{P_{jdw}^t \mid j \in M, d \in D, w \in W, t \in T\right\}$, каждая из которых представляет собой поиск оптимального столбца (поиск оптимального линейного раскроя с дополнительными ограничениями) для некоторого оборудования $j \in M$, некоторого отрезка возможных диаметров продукции $d \in D$, некоторой стандартной массы материала $w \in W$ и периода времени $t \in T$, до которого должен быть сделан раскрой.Все последующие выкладки рассматриваются в контексте решения задачи $\max_{t \in T}\{P^t\}$.

Для описания ограничений на структуру раскроя используются следующие обозначения:
l_i – формат (ширина) заказа $i \in N$;
G_i – признак «край» для заказа $i \in N$ (0 – если заказ не может располагаться с краю раскроя, 1 – иначе);
L – ширина материала для некоторого фиксированного оборудования;
σ – максимальная кромка для некоторого фиксированного оборудования;
R^m – максимальное количество элементов в раскрое (обусловлено ограничением на количество продольных ножей оборудования);
R^M – максимальное количество различных элементов в раскрое (направлено на упрощение структуры раскроя);
R^S – максимальное количество элементов каждого вида в раскрое.
Неизвестные:
n_i^k – количество единиц заказа $i \in N$ в раскрое $k \in K$.

Укажем ограничения в рамках некоторого фиксированного раскроя $k \in K$:

- Ширина раскроя не должна превышать ширины материала для оборудования за вычетом кромки.

$$L - \sigma \leq \sum_{i \in N_k} l_i n_i^k \leq L, \quad k \in K.$$

- Ограничение на максимальное количество элементов в раскрое.

$$\sum_{i \in N_k} n_i^k \leqslant R^m, \quad k \in K.$$

- Ограничение на максимальное количество различных элементов в раскрое.

$$|N_k| \leqslant R^M, \quad k \in K.$$

- Ограничение на максимальное количество элементов каждого вида в раскрое.
$$n_i^k \leq R^S, \quad i \in N_k, \quad k \in K.$$
- Ограничение на заказы, которые могут располагаться с краю раскроя.
$$\sum_{i \in N_k} n_i^k G_i \geq 2, \quad k \in K.$$

Введем обозначения, необходимые для описания целевой функции задачи поиска оптимального столбца. Пусть:
$N^t \subset N = \{i \in N : \mathcal{T}_i \leqslant \Theta_t\}$ – индексное множество заказов продукции, которые могут кроиться на оборудовании и имеют директивный срок выполнения, не превышающий момента окончания периода $t \in T$;
v_i^N – двойственная оценка для заказа $i \in N^t$;
v_τ^{MT} – двойственная оценка для оборудования и периода времени $\tau \in T$ (ограничение в рамках календарного плана);
v^M – двойственная оценка для оборудования (ограничение на равномерную загрузку).

Целевая функция задачи P^t имеет вид:
$$-\sum_{i \in N^t} a_{ik} v_i^N - \sum_{\tau \in T, \tau \geq t} v_\tau^{MT} - \frac{1}{\mathcal{P}} v^M + c_k \to \max.$$

Для решения задачи $\max_{t \in T} \{P^t\}$ предложен следующий алгоритм ($A.1$).
Шаг 1. Поиск оптимального линейного раскроя по заказам продукции.
Пусть: l – текущая ширина материала оборудования, m – текущее количество элементов в раскрое, b – текущее количество различных элементов в раскрое, s – текущее количество взятых элементов для заказа в раскрое, e – текущее количество элементов, которые могут располагаться с краю, q – номер последнего взятого заказа, с помощью которого была достигнута ширина материала l.
В диссертации установлено, что в результате указанного разбиения задача может быть решена методом динамического программирования на основе следующего рекуррентного соотношения:
$$f_t(l, m, b, s, e, q) = \max_{i \in N^t, l \geq l_i} \left\{ f_t(l - l_i, m - 1, b - \Delta b, s - \Delta s, e - \Delta e, i) + \frac{l_i}{L} - v_i^N \right\}$$
$$\Delta b = \begin{cases} 1, & q \neq i; \\ 0, & \text{иначе}; \end{cases} \quad \Delta s = \begin{cases} 1, & q = i; \\ 0, & \text{иначе}; \end{cases} \quad \Delta e = \begin{cases} 1, & e < 2 \text{ и } G_i = 1; \\ 0, & \text{иначе}. \end{cases}$$

Шаг 2. Поиск оптимального периода времени сводится к поиску максимума целевой функции $\max_{t\in T}\left\{P^t\right\}$ с помощью следующего соотношения:

$$\max_{t\in T}\left\{P^t\right\} = \max_{t\in T}\left\{ -f_t\left(l,m,b,s,e,q\right) - \sum_{\tau\in T,\tau\geq t} v_\tau^{MT} - \frac{1}{\mathcal{P}}v^M \;\right|$$

$$l\in\left[L_j-\sigma_j,L_j\right],\quad m\in\left[1..R^m\right],\quad b\in\left[1..R^M\right],\quad s\in\left[1..R^S\right],\quad e=2\Bigg\}.$$

Лемма 1. *Оптимальное решение задачи (P) достигается на множестве периодов времени T.*

Теорема 1. *Алгоритм $(A.1)$ находит оптимальное решение задачи $\max_{t\in T}\left\{P^t\right\}$.*

Теорема 2. *Сложность алгоритма $(A.1)$ составляет $O\left(|T|\cdot N\cdot L\cdot R^m\cdot R^M\cdot R^S\right)$, где $|T|$ – количество периодов времени, N – количество заказов продукции.*

Примечание 1. *На практике алгоритм $(A.1)$ выполняет не более 10^7 операций.*

В **третьей главе** приводится описание и исследование задач учета нелинейных ограничений новой модели ОКП (1) – (6), поиска оптимальной последовательности раскроев и раскроя составного материала.

В **п.3.1** представлено описание метода решения задачи учета нелинейных ограничений модели (1) – (6) в виде целочисленного приближения плана раскроев. Полученное решение релаксированной задачи может содержать недопустимые значения объемов выработки найденных раскроев, не отвещающие требованию целочисленности количества групп форматов (5), что требует применения специальных методов его корректировки.

Пусть:
$\mathcal{K}\subset K$ – индексное множество найденных раскроев, $k\in\mathcal{K}$;
$x_k>0,\quad k\in\mathcal{K}$ – объемы выработки найденных раскроев (решение задачи $(1)-(4),(6)$);
$\mathcal{N}$ – индексное множество строк матрицы задачи $(1)-(4),(6)$;
$\mathcal{A}$ – матрица задачи $(1)-(4),(6)$;
$\mathcal{B}^L,\mathcal{B}^U$ – векторы нижних и верхних ограничений задачи $(1)-(4),(6)$;
$\mathcal{C}$ – вектор потерь полотна или дохода с обратным знаком для найденных раскроев;
$\mathcal{C}^L,\mathcal{C}^U$ – векторы оценок убытка предприятия в случае несоблюдения

ограничений задачи (1) – (4), (6) для нижних и верхних границ соответственно.

Введем дискретное множество Ω_k допустимых значений выработки раскроя $k \in \mathcal{K}$, заданное посредством целочисленного параметра p_k – количества групп форматов, и которое в точности соответствует ограничению (5) задачи (1) – (6):

$$\Omega_k = \bigcup_{p_k} \left\{ [p_k v_k, p_k V_k] \;\;|\;\; p_k \in \{0\} \cup [H, \infty),\ p_k \in \mathbb{Z}^+ \right\}, \quad k \in \mathcal{K}.$$

Для любого $\alpha \in \mathbb{R}$ определяется:

$$\alpha^+ = \begin{cases} \alpha, & \alpha \geq 0; \\ 0, & \alpha < 0. \end{cases}$$

Для поиска нового неизвестного решения задачи $\{x_k^*, \quad k \in \mathcal{K}\}$ с учетом указанного допустимого множества на основании введенных обозначений определим задачу оптимизации:

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} \left(\left(\mathcal{B}_i^L - \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{A}_{ik} x_k^* \right)^+ \cdot \mathcal{C}_i^L + \left(\sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{A}_{ik} x_k^* - \mathcal{B}_i^U \right)^+ \cdot \mathcal{C}_i^U \right) + \sum_{k \in \mathcal{K}} C_k x_k^* \to \min; \quad (7)$$

$$x_k^* \in \Omega_k, \quad k \in \mathcal{K}. \quad (8)$$

При этом количество групп форматов для раскроя $k \in \mathcal{K}$ с объемом выработки $x_k^* \in \Omega_k$ будет определяться следующим образом: $p_k = \left\lfloor \frac{x_k^*}{v_k} \right\rfloor \in \mathbb{Z}^+, \quad k \in \mathcal{K}$.

Для решения задачи (7) – (8) используется следующая схема. Введем неизвестный вектор приращений $(-\epsilon_k \leq \Delta x_k \leq \epsilon_k, \quad \Delta x_k \in \mathbb{R}, \quad k \in \mathcal{K})$, где граничные значения $(\epsilon_k, \quad k \in \mathcal{K})$ выбираются следующим образом: $\epsilon_k = \lambda \cdot x_k, \quad k \in \mathcal{K}$. Значение коэффициента λ выбирается на практике. Посредством введенного вектора приращений связывается найденное решение $\{x_k, \quad k \in \mathcal{K}\}$ и неизвестное решение задачи (7) – (8) следующим образом:

$$x_k^* = U_{v_k, V_k}(x_k + \Delta x_k), \quad k \in \mathcal{K}, \quad (9)$$

$$U_{v,V}(x) = \begin{cases} x, & \left\lceil \frac{x}{V} \right\rceil \leq p \leq \left\lfloor \frac{x}{v} \right\rfloor, p \in \{0\} \cup [H, \infty),\ p \in \mathbb{Z}^+; \\ v \cdot \max\left\{H, \left\lceil \frac{x}{v} \right\rceil\right\}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Значение функции U для любого аргумента принадлежит допустимому множеству:

$$U_{v,V}(x) \in \bigcup_{p} \left\{ [p \cdot v, p \cdot V] \;\;|\;\; p \in \{0\} \cup [H, \infty],\; p \in \mathbb{Z}^{+} \right\}, \quad \forall\, x \in \mathbb{R}^{+}.$$

Таким образом, значения $\{x_k^*, \quad k \in \mathcal{K}\}$, полученные по формуле (9), удовлетворяют ограничению (8) задачи (7) – (8) для любого вектора неизвестных $\{\Delta x_k, \quad k \in \mathcal{K}\}$. Значит задача (7) – (8) может быть преобразована к следующему более удобному для решения виду:

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} \left(\left(\mathcal{B}_i^L - \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{A}_{ik} x_k^* \right)^{+} \cdot \mathcal{C}_i^L + \left(\sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{A}_{ik} x_k^* - \mathcal{B}_i^U \right)^{+} \cdot \mathcal{C}_i^U \right) + \sum_{k \in \mathcal{K}} C_k x_k^* \to \min; \quad (10)$$

$$x_k^* = U_{v_k, V_k}(x_k + \Delta x_k), \quad k \in \mathcal{K}; \quad (11)$$

$$-\epsilon_k \le \Delta x_k \le \epsilon_k, \quad k \in \mathcal{K}. \quad (12)$$

Полученная задача (10) – (12) представляет собой задачу условной нелинейной оптимизации.

Для ее решения применяется авторский алгоритм, основанный на комплексном методе Бокса. Указаны особенности его реализации в рамках данной задачи такие, как построение точек начального многогранника, операция отражения для получения новой точки многогранника, критерий выхода и пр. Представлены практические оценки точности алгоритма, которые рассчитываются как отношение значения целевой функции задачи, полученной с помощью алгоритма, к значению целевой функции релаксированной задачи (найденное посредством симплекс-метода), и к значению целевой функции задачи, полученной методом полного перебора границ отрезков каждого допустимого множества. На основе вычислительных экспериментов установлено, что при использовании других алгоритмов для решения задачи (генетический алгоритм и градиентные методы, различные подходы к выбору функции U) значение целевой функции задачи превышало минимум на 0.5% значения, полученного посредством предложенного в главе метода.

В **п.3.2** представлена задача поиска оптимальной перестановки раскроев – поиска оптимальной перестановки полученных раскроев с целью минимизации числа переналадок ножей, либо с целью минимизации сроков выполнения заказов.

В случае критерия минимизации числа переналадок ножей для найденного набора раскроев $\mathcal{K}$, задача может быть сформирована следующим образом:

$$\sum_{i=1..|\mathcal{K}|-1} \Phi_{p_i,p_{i+1}} \to \min,$$

$$P = (p_1, p_2 \ldots, p_{|\mathcal{K}|}) \in \mathbb{P}(\mathcal{K}),$$

где $\Phi_{p,q}$ – число переналадок ножей при переходе от раскроя p к раскрою q, $\mathbb{P}(\mathcal{K})$ – множество перестановок на множестве $\mathcal{K}$.

Задача может быть сведена к задаче о коммивояжере в матричной постановке. Для ее решения использованы следующие стандартные методы в зависимости от мощности множества $\mathcal{K}$:

- $|\mathcal{K}| \leq 12$ – метод полного перебора на множестве $\mathbb{P}(\mathcal{K})$.
- $|\mathcal{K}| \leq 21$ – метод динамического программирования на основе битовых масок.
- $|\mathcal{K}| > 21$ – генетический алгоритм.

В случае критерия минимизации сроков исполнения заказов предложен следующий подход – раскрой, в котором имеется заказ с самым меньшим директивным сроком должен идти первым. В противном случае, некоторые не столь срочные заказы будут сделаны раньше, чем более срочные. Тогда искомая последовательность раскроев должна удовлетворять следующему ограничению:

$$P = (p_1, p_2 \ldots, p_{|\mathcal{K}|}) : \Upsilon_{p_i} \leq \Upsilon_{p_{i+1}}, \quad i = 1..|\mathcal{K}| - 1,$$

где Υ_k – минимальный директивный срок заказов, входящих в раскрой с номером k. Или, что эквивалетно, функции сравнения элементов для процедуры сортировки в следующем виде: $C(p,q) = \Upsilon_p \leq \Upsilon_q, \quad p,q \in \mathcal{K}$.

В **п.3.3** представлено описание и решение задачи компоновки набора фрагментов материала в рамках последующего их раскроя. В частности, в бумажной промышленносте ей соответствует задача компоновки нестандартных съемов тамбуров при склейке в случае обрывов бумажного полотна на бумагоделательной машине. Дана постановка задачи, описана производственная схема склейки фрагментов материала, указаны технологические ограничения. Дано понятие составного материала, который представляет собой перестановку исходных (склеенных)

фрагментов материала. Вводятся ограничения на места появления точек склейки. Пусть:
M – индексное множество фрагментов материала, $j \in M$;
N – индексное множество заказов продукции, $i \in N$;
K – индексное множество элементов раскроя составного материала, $k \in K$;
$L_j \in \mathbb{N}$ – размер фрагмента материала $j \in M$;
$\Delta_j \in \mathbb{Z}^+$ – максимальное отклонение результирующего фрагмента материала $j \in M$ от размера (часть материала, которая не будет использоваться);
$a_i \in \mathbb{N}$ – требуемое количество элементов заказа $i \in N$;
K_i – индексное множество элеметов раскроя для заказа $i \in N$;
$|K_i| = a_i, \quad K = \bigcup_{i \in N} K_i, \quad \bigcap_{i \in N} K_i = \varnothing$;
$l_i^m \in \mathbb{N}, \quad l_i^M \in \mathbb{N}$ – минимальная и максимальная длина заказа $i \in N$;
$\lambda_i \subset \left[0, l_i^M\right]$ – допустимый отрезок наличия точек склейки фрагментов материала для заказа $i \in N$;
Неизвестные задачи:
$P = (p_1, p_2, \ldots, p_m), \quad m = |M|, \quad p_j \in M, \quad j \in M$ – перестановка на множестве фрагментов материала M;
$P \in \Pi_M$, Π_M – множество всех перестановок на множестве фрагментов материала M;
$L_j - \Delta_j \leq x_j \leq L_j, \quad x_j \in \mathbb{N}$ – результирующий размер фрагмента материала $j \in M$;
$Q = (q_1, q_2, \ldots, q_n), \quad n = |N|, \quad q_i \in N, \quad i \in N$ – перестановка на множестве заказов N;
$Q \in \Theta_N$, Θ_N – множество всех перестановок на множестве заказов N;
$l_i^m \leq y_{ik} \leq l_i^M, \quad k \in K_i, \quad y_{ik} \in \mathbb{N}$ – результирующие размеры элементов раскроя для заказа $i \in N$.
На основе представленных обозначений формулируется модель задачи поиска оптимальных последовательностей фрагментов материала и заказов продукции, а также их размеров с минимизацией недопустимых точек склейки.
Определим правый конец элемента раскроя $k \in K_i$ для заказа $i \in N$:

$$b_0 = 0, \quad b_k = b_{k-1} + y_{fk}, \quad f = q_i, \quad k \in K_i, \quad i \in N. \tag{13}$$

Обозначим точки склейки для фрагмента материала $j \in M$:

$$c_0 = 0, \quad c_j = c_{j-1} + x_f, \quad f = p_j, \quad j \in M. \tag{14}$$

Тогда ближайшая граница элемента раскроя к точке склейки фрагмента материала $j \in M$:

$$r_j = \underset{k \in K}{\operatorname{argmin}} \{b_k : b_k > c_j\}.$$

Признак допустимости точек склейки фрагментов материала относительно элементов раскроя устанавливается в следующем виде:

$$\gamma\left(P,Q,x,y,j,k\right) = \begin{cases} 1, & k = r_j \text{ и } c_j - b_{k-1} \notin \lambda_i \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \; k \in K_i, \; i \in N, \; j \in M; \quad (15)$$

Тогда целевая функция задачи минимизации недопустимых точек склейки фрагментов материала формулируется следующим образом:

$$\Phi\left(P,Q,x,y\right) = \sum_{j \in M} \sum_{k \in K} \gamma\left(P,Q,x,y,j,k\right) \to \min. \quad (16)$$

Для решения поставленной задачи (13) – (16) используется метод декомпозиции задачи за счет сужения целевой функции (16) на некоторое подмножество $H_M \subseteq \Pi_M$ в следующем виде:

$$F\left(Q\right) = \min_{P \in H_M} \left\{\Psi(P,Q)\right\} \to \min, \quad F : \Theta_N \to \mathbb{R}, \quad H_M \subseteq \Pi_M; \quad (17)$$

$$\Psi(P,Q) = \min_{x,y} \left\{\Phi(P,Q,x,y)\right\} \to \min, \quad \Psi : \Pi_M \times \Theta_N \to \mathbb{R}. \quad (18)$$

На его основе решение задачи принимает следующий вид:

1. Поиск оптимальной перестановки заказов $Q \in \Theta_N$ с минимизацией функции (17), осуществляемый посредством генетического алгоритма.

2. Построение множества $H_M \subseteq \Pi_M$ – семейства перестановок «наиболее близких» к фиксированной перестановке $Q \in \Theta_N$, на основе которого рассчитывается функция (17). Вводится функция $\rho : \Pi_M \times \Theta_N \to \mathbb{R}$, на основе которой определяется понятие «близких» перестановок – основано на количестве запрещенных точек склейки фрагментов. Тогда задача поиска семейства H_M формулируется следующим образом:

$$\forall \; P_1 \in H_M, \; \forall \; P_2 \in \Pi_M \backslash H_M : \rho(P_1,Q) \leq \rho(P_2,Q).$$

Данная задача решается посредством генетического алгоритма на множестве перестановок Π_M, где коэффициент выживаемости особей определяется значением функции $\rho(P,Q)$.

3. На основе фиксированной перестановки $Q \in \Theta_N$ и каждой перестановки множества H_M решается задача минимизации функции (18) посредством динамического программирования.
Вводится следующее индексное расширение функции (18):

$$\Psi_{m,k}\left(P,Q\right) = \min_{x,y}\left\{\sum_{j=1}^{m}\sum_{h=1}^{k}\gamma(P,Q,x,y,j,h)\right\}$$

Теорема 3. *Значения функции $\Psi_{m,k}\left(P,Q\right)$ связаны между собой рекуррентным соотношением:*

$$\Psi_{0,0}\left(P,Q\right) = 0;$$

$$\Psi_{m,k}\left(P,Q\right) = \min\begin{cases}\Psi_{m,k-1}(P,Q), & b_{k-1} \geq c_{m-1}\\ \Psi_{m-1,k-1}(P,Q), & b_{k-1} < c_{m-1} \leq b_k\end{cases}$$

$$+\min_{x,y}\left\{\gamma(P,Q,x,y,m,k)\right\}.$$

В силу Теоремы 3 задача может быть решена методом динамического программирования: j – текущий фрагмент составного материала $j \in M$; l – текущая длина фрагмента материала; Δ – текущее отклонение для фрагмента материала $0 \leq \Delta \leq \Delta_j$; i – текущий заказ $i \in N$; h – количество взятых элементов раскроя для заказа $i \in N$.

$$f(1,0,\Delta,0,0) = 0, \quad 0 \leq \Delta \leq \Delta_1;$$

$$f(j,l,\Delta,i,h) = \min\begin{cases}f(j,l-l^c,\Delta,i,h-1), & l^c \in l_i^m..l_i^M, l \geq l^c\\ f(j,l,\Delta,i-1,a_{i-1}), & h = 0, i > 0\\ f(j-1,L_j-\Delta^n,\Delta^n,i,h)+\Delta f, & \Delta^n \in [0..\Delta_{j-1}], l = 0, j > 1;\end{cases}$$

$$\Delta f = \begin{cases}1, & L_{j-1}-\Delta^n \notin \lambda_i;\\ 0, & \text{иначе.}\end{cases}$$

Решение поставленной задачи следующее:

$$f^* = \min_{l} f(m,l,L_m-l,n,a_n), \quad l \in L_m{-}\Delta_m..L_m, \quad m = |M|, \quad n = |N|.$$

Пусть: T – количество итераций генетического алгоритма для поиска оптимальной перестановки заказов, S – размер популяции генетического алгоритма для поиска перестановки заказов, G – количество итераций генетического алгоритма для поиска семейства «близких» перестановок фрагментов материала, U – размер популяции генетического алгоритма для поиска семейства «близких» перестановок фрагментов материала, L – максимальный размер фрагмента материала, N – количество заказов продукции, A – максимальное количество элементов в одном заказе, M – количество фрагментов материала, Δ_M – максимальное отклонение от размера фрагмента материала, Δ_N – максимальное отклонение от размера заказа продукции. Тогда имеет место

Теорема 4. *Сложность алгоритма решения задачи* $(13)-(16)$ *составляет* $O\left(T \cdot S \cdot log_2 S \cdot \left(G \cdot U \cdot log_2 U \cdot M \cdot log_2 N + M^2 \cdot L \cdot N \cdot A \cdot \Delta_M^2 \cdot \Delta_N\right)\right)$.

Примечание 2. *На практике алгоритм выполняет не более* $1.5 \cdot 10^9$ *операций.*

В результате декомпозиции (17) – (18) получено субоптимальное решение задачи $(13)-(16)$. В конце **п.3.3** представлена практическая оценка точности предложенного алгоритма.

Глава 4 посвящена описанию разработанного автором программного комплекса планирования производства бумаги «Система планирования БДМ и КДМ», который состоит из: библиотеки алгоритмов на основе численных методов решения задач, составляющих содержание диссертационной работы; модуля сквозной MES–системы планирования работы предприятия; WEB–сервиса для оптимизации планирования работы бумагоделательных и картоноделательных машин, который является частью портала оптимизационных сервисов «Opti-soft». Представлен обзор пользовательского интерфейса.

Для разработки программного комплекса применялись современные парадигмы проектирования программных систем и баз данных. Использовались современные среды программирования Microsoft Visual Studio 2010, 2012 на основе платформы .Net 4.0. Пользовательский интерфейс разработан при помощи библиотек ASP.NET MVC 3 и Kendo UI. В качестве СУБД используется Microsoft Server 2010. В качестве системы отчетов — Stimul Report.

Указаны метрики проекта и базы данных: модуль оптимизационной библиотеки содержит 158 классов, 20000 строк кода; модуль бизнес-логики — 210 классов, 27000 строк кода; модуль пользовательского интерфейса — 140 классов, 21000 строк кода; модуль тестирования — 393 класса, 55000 строк кода; база данных содержит 13 таблиц, 7 хранимых процедур и 5 представлений. Приведены соответствущие диаграммы классов и таблиц.

Приводится обоснование эффективности внедрения программного комплекса на основе проведенных вычислительных экспериментов на реальных данных с указанием количественных характеристик объектов производства. Представлены результаты сравнения объемов выхода полезной продукции и сокращения простоев обрудования посредством программного комплекса и без его использования.

Внедрение программного комплекса планирования производства позволило обеспечить:

1. Экономический эффект в виде увеличения выхода полезной продукции составил порядка 1-1.7%.
2. Сокращение простоев оборудования на 3-4.5% за счет повышения согласованной работы и равномерной их загрузки.
3. Сокращение времени, затрачиваемого на составление планов различных горизонтов времени (до 4 недель). Например, составление недельного плана работы цеха сокращается в среднем с 6-7 часов до 1 часа.
4. Появилась возможность оперативного пересчета планов в условиях динамически меняющихся производственных параметров.

В **заключении** сформированы основные результаты работы:

1. Сформулирована и исследована новая математическая модель объемно–календарного планирования раскроев материала, включающая линейные и нелинейные связи параметров.

2. Исследованы и сформулированы математические модели поиска оптимального столбца, учета нелинейных ограничений модели ОКП, поиска оптимальной последовательности раскроев и раскроя составного материала на продукцию.

3. Разработаны численные методы решения полученных оптимизационных задач, в основе которых лежат сформулированные модели.

4. Выполнен анализ эффективности и практической применимости разработанных численных методов.

5. Разработан программный комплекс на основе численных методов и алгоритмов, который апробирован или внедрен на 6 предприятиях.

В приложении 1 содержатся копии свидетельств о регистрации разработки и акт о внедрении программного комплекса планирования на ОАО «Кондопога». В приложении 2 содержатся элементы пользовательского интерфейса и архитектура классов программного комплекса.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. ***Урбан А.Р., Кузнецов В.А.*** **Математические модели и методы учета сроков продукции в задаче раскроя тамбуров бумагоделательных машин. // Петрозаводск: Ученые записки Петрозаводского Государственного Университета, 2014, выпуск 4 (141).**
2. ***Урбан А.Р.*** **Решение задачи поиска оптимального столбца в условиях оптимального раскроя бумажного полотна. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. 2015. Выпуск 1. С. 100-106.**
3. ***Урбан А.Р.*** **Методы решения задачи линейного программирования с дополнительными ограничениями на переменные определенного типа. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. № 2(96). С. 322-328.**
4. ***Урбан А.Р.*** **Методы решения задачи компоновки нестандартных съемов тамбуров в бумагоделательной промышленности. // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2015. – №1 (58). – С. 121-134.**
5. *Шабаев А.И., Архипов И.В., Урбан А.Р.* Разработка систем планирования производства с использованием «матричного конструктора» // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г.: Труды. [Электронный ресурс] М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, 2014. 9616 с. Электрон. Текстовые дан. (1074 файл.: 537 МБ). 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM) ISBN 978-5-91450-151-5. № гос. Регистрации: 0321401153.
6. *Shabaev A.I., Arhipov I.V., Spirichev M.V., Urban A.R., Torozerov M.A.* Development of Planning System for Plywood Production Using Matrix Designer // Proceeding of the 14th Conference of FRUCT Assosiation. State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), -2013. - P. 140-147.

Подписано в печать –.–.2016.
Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
1 уч.-изд.л. Тираж 120 экз.
Изд. №—.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Петрозаводский государственный университет»
Отпечатано в типографии Издательства
Петрозаводского государственного университета
185910, Петрозаводск, пр. Ленина, 33